

## مقایسه برخی توابع توصیف کننده شکل منحنی شیردهی در گاو نژاد هلستاین

حسین مهربان<sup>۱\*</sup>، همایون فرهنگ فر<sup>۲</sup>، جواد رحمانی نیا<sup>۳</sup> و حسین علی سلطانی<sup>۴</sup>

تاریخ پذیرش: ۸۸/۳/۲۵

تاریخ دریافت: ۸۶/۴/۱۸

### چکیده

در این تحقیق به منظور تعیین بهترین منحنی تولید شیر در یک دوره شیردهی از ۲۶۰۷۰۹ رکورد روز آزمون تولید شیر متعلق به ۳۰۹۰۳ رأس گاو هلستاین شکم اول استان خراسان استفاده شد. اطلاعات مورد استفاده مربوط به گاوهای ۲۱۶ گله بود که طی سالهای ۱۳۶۷ الی ۱۳۸۵ زایش داشتند. توابع مورد استفاده شامل تابع گامای ناقص (وود)، تابع ویلمینک، تابع علی شفر و تابع لژاندر (با درجه برازش پنجم) بود. معیارهای مورد نظر برای مقایسه توابع شامل مجموع مربعات خطا، میانگین مجموع مربعات خطا، ضریب تعیین، ضریب تصحیح شده، ضریب همبستگی و فاکتور تورم واریانس بود. براساس تمام معیارها به استثناء فاکتور تورم واریانس تابع علی - شفر و براساس فاکتور تورم واریانس تابع لژاندر به نحو مطلوب‌تری با داده‌های تولید شیر مطابقت داشتند.

**واژه‌های کلیدی:** گاو هلستاین، شکل منحنی شیردهی، توابع ریاضی، فاکتور تورم واریانس

### مقدمه

اوایل شیردهی، از خوراک بسیار مؤثرتر استفاده می‌کنند ولی می‌توان قسمتی از این بازده را به دلیل کاتابولیسم چربی‌های بدنی آنها قبل از زایش دانست. هزینه‌های مراقبت بهداشتی عموماً در اوایل شیردهی بسیار زیاد است. این هزینه‌ها می‌تواند به علت استرس‌های ناشی از تولید زیاد و ناتوانی حیوان در مصرف کردن خوراک کافی برای رفع احتیاجاتش باشد. بنابراین اگر حیوانات انتخابی دارای اوج شیردهی پایین‌تری بوده ولی تولید پایدارتر (با تداوم بیشتر) داشته باشند احتمالاً سودمند خواهد بود (۱۶ و ۱۷). تابع تشریح کننده منحنی شیردهی از جنبه‌های دیگری نیز در برنامه‌های اصلاح نژاد مهم می‌باشد. با توجه به تنوع زیاد بین شکل منحنی شیردهی حیوانات، می‌توان با استفاده از تابع منحنی شیردهی، خصوصیات منحنی شیردهی را برآورد کرده و به امر انتخاب برای تغییر شکل منحنی شیردهی در جهت مورد نظر پرداخت (۱). همچنین بین خصوصیات منحنی شیردهی و میزان تولید شیر، کم و بیش همبستگی وجود دارد. بنابراین می‌توان با آگاهی از رابطه بین خصوصیات منحنی شیردهی و تولید شیر، شاخص‌های مناسبی جهت

تغییرات تولید شیر در طول دوره شیردهی را منحنی شیردهی می‌گویند به عبارت دیگر منحنی تولید شیر توصیف نموداری رابطه بین تغییرات تولید شیر و زمان است (۴). افزایش در تولید شیر در اوایل شیردهی را می‌توان به افزایش در میزان ترشح هر سلول نسبت داد که به‌طور تخصصی با افزایش جریان شیر از سرتاسر غده پستان مرتبط است. از سویی دیگر، کاهش در ترشح شیر بعد از اوج تولید را می‌توان به علت مرگ سلولهای ترشحی و نیز تغییرات هورمونی دانست (۱۲).

منحنی شیردهی بازده بیولوژیکی یک حیوان را نشان داده و وسیله‌ای برای انتخاب و مدیریت تغذیه است (۱۸). به دلیل مشکل بودن اندازه‌گیری بازده تولید، اساساً این صفت در انتخاب منظور نمی‌شود. هرچند حیوانات در

۱ و ۳- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه علوم دامی دانشگاه زابل

\* نویسنده مسئول: Email: hm-qgenetics@yahoo.com

۲- عضو هیأت علمی گروه علوم دامی دانشگاه بیرجند

۴- عضو هیأت علمی جهاد کشاورزی استان خراسان رضوی

دادند که تابع علی-شفر و تابع نمایی به نحو مطلوب تری با داده‌های تولید شیر مطابقت داشتند (۱۳).

آتشی و همکاران بهترین تابع توصیف کننده منحنی شیردهی در گاوهای ایران را براساس ضریب تعیین تصحیح شده، واریانس خطا و ضریب همبستگی، تابع علی-شفر معرفی کردند (۲).

سیلستر و همکاران جهت توصیف منحنی شیردهی از هفت تابع ریاضی وود، ویلمینک، علی-شفر، اسپلین و سه تابع لژاندر با توانهای دوم، سوم و چهارم استفاده کردند. یکی از معیارهای مقایسه این مدل‌ها ضریب همبستگی چندگانه (R) بود که طبق این معیار تابع لژاندر با توان چهارم و تابع اسپلین بهترین تابع بودند. توابع لژاندر با توان‌های سوم و دوم در رتبه‌های بعدی قرار گرفتند (۱۹).

اکثر مطالعاتی که تا کنون در زمینه بررسی منحنی شیردهی گاوهای شیری در سطح فوتویی صورت گرفته از توابعی مانند گامای ناقص (وود)، ویلمینک، علی-شفر و ... استفاده کرده‌اند و بندرت از تابع لژاندر<sup>۱</sup> استفاده شده است (در ایران در این زمینه مطالعه ای صورت نگرفته است). یکی از مهمترین مزایای توابع لژاندر عدم همبستگی بین متغیرهای موجود در تابع و در نتیجه نبود مسأله هم خطی چندگانه در این تابع می‌باشد.

هدف از این تحقیق، بررسی منحنی شیردهی گاوهای هلشتاین شکم اول استان خراسان با استفاده از تابع لژاندر و مقایسه آن با توابع گامای ناقص (وود)، ویلمینک و علی-شفر می‌باشد.

### مواد و روش‌ها

در این تحقیق از ۲۶۰۷۰۹ رکورد روز آزمون تولید شیر گاوهای هلشتاین شکم اول در استان خراسان که در طی سالهای ۱۳۶۷ الی ۱۳۸۵ جمع آوری شده بود، استفاده شد.

افزایش تولید شیر و تغییر شکل منحنی شیردهی به دست آورده و براساس این شاخص‌ها گاوها را ارزیابی و انتخاب نمود (۱).

در نهایت اینکه با استفاده از توابع توصیف کننده منحنی شیردهی، می‌توان علاوه بر برآورد میزان تولید شیر در کل دوره شیردهی، تولید در هر مرحله رکوردگیری را برآورد نمود (۱).

عوامل ژنتیکی و غیرژنتیکی مختلفی از قبیل ژنتیک دام، سن زایش، تغذیه، فصل زایش و شیردهی، آبستنی و غیره بر شکل منحنی شیردهی مؤثرند (۱، ۷، ۱۰، ۱۵ و ۱۷).

عموماً هدف از توصیف منحنی شیردهی، پیش‌بینی میزان تولید در هر روز شیردهی با حداقل اشتباه در حضور عوامل محیطی است (۱۳). همچنین توابع توصیف کننده منحنی شیردهی در تجزیه و تحلیل ژنتیکی رکوردهای روز آزمون<sup>۱</sup>، برای محاسبه اثر مرحله شیردهی و برآورد کواریانس بین رکوردهای روز آزمون در تجزیه و تحلیل تابعیتی نیز مفید می‌باشد (۱۳). تنوع زیاد در معادلات منحنی شیردهی در تحقیقات مختلف، به دلیل جستجو برای یافتن تابعی مناسب جهت تجزیه و تحلیل بهتر داده‌ها می‌باشد (۲۰). فرهنگ‌فر با استفاده از توابع گامای ناقص، تابع نمایی، تابع چند جمله‌ای معکوس و مدل تابعیت چندجمله‌ای و براساس معیارهای همبستگی بین داده‌های پیش‌بینی شده توسط هر تابع و میانگین قدر مطلق اشتباه پیش‌بینی تابع گامای ناقص و تابعیت چند جمله‌ای را به منظور توصیف منحنی شیردهی پیشنهاد کرد (۳).

اولوری و همکاران با برازش توابع گامای ناقص وود<sup>۲</sup>، چند جمله‌ای معکوس درجه دوم، تابع نمایی ویلمینک<sup>۳</sup>، تابع لگاریتمی مختلط و تابع علی-شفر<sup>۴</sup> و مقایسه آنها با معیارهای ضریب تبیین تصحیح شده و میانگین مربعات اشتباه نشان

- 1 - Test Day
- 2 - Wood Function
- 3 - Wilmlink Exponential Function
- 4 - Ali and Schaeffer Function

## تابع گامای ناقص

این تابع توسط وود در سال ۱۹۹۷ پیشنهاد گردید. تابع آن به صورت زیر است (۲۱)

$$y_t = b_0 t^{b_1} e^{-b_2 t}$$

در معادله فوق  $y_t$ ، تولید شیر در زمان  $t$ ، زمان شیردهی،  $e$  تقریباً برابر با  $2/7$ ،  $b_0$  پارامتری در ارتباط با تولید اولیه،  $b_1$  پارامتری مربوط به شیب مرحله افزایشی و  $b_2$  پارامتری در ارتباط با شیب مرحله کاهش منحنی شیر می‌باشد.

داده‌ها در ۲۰ مرحله (۱۵ روزه) مورد بررسی قرار گرفتند. حداقل و حداکثر روز شیردهی به ترتیب ۵ و ۳۰۵ روز در نظر گرفته شد. جهت تعیین پارامترهای هر تابع و برخی آماره‌ها برای مقایسه توابع از نرم افزارهای SAS و Matlab استفاده شد. برخی از خصوصیات داده‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است.

در این مطالعه از مهمترین توابع تولید شیر (گامای ناقص (وود)، ویلمینک و علی - شفر) و مقایسه آن با تابع لژاندار استفاده شد.

فرم ریاضی توابع استفاده شده به صورت زیر بود:

جدول ۱. برخی خصوصیات آماری رکوردهای آزمون تولید شیر

مرحله شیردهی	تعداد رکورد	میانگین (کیلوگرم)	انحراف معیار (کیلوگرم)
۱	۱۳۷۷۳	۲۴/۲۰	۶/۱۴
۲	۱۴۲۶۲	۲۷/۴۳	۶/۶۸
۳	۱۴۴۰۰	۲۸/۴۰	۶/۹۵
۴	۱۳۵۹۰	۲۸/۵۰	۶/۹۶
۵	۱۴۳۴۷	۲۸/۳۳	۶/۹۵
۶	۱۴۳۹۲	۲۸/۰۶	۶/۸۷
۷	۱۴۲۴۲	۲۷/۶۸	۶/۸۵
۸	۱۳۳۵۷	۲۷/۳۵	۶/۸۵
۹	۱۳۹۸۷	۲۶/۹۴	۶/۸۳
۱۰	۱۴۰۵۹	۲۶/۵۳	۶/۷۰
۱۱	۱۳۷۹۱	۲۶/۰۹	۶/۷۳
۱۲	۱۲۹۶۱	۲۵/۷۷	۶/۶۰
۱۳	۱۳۵۲۶	۲۵/۲۸	۶/۷۰
۱۴	۱۳۶۰۸	۲۴/۸۷	۶/۵۵
۱۵	۱۲۹۶۹	۲۴/۲۶	۶/۶۰
۱۶	۱۲۱۹۰	۲۳/۹۴	۶/۵۴
۱۷	۱۲۲۵۶	۲۳/۳۷	۶/۴۷
۱۸	۱۱۳۰۳	۲۲/۹۹	۶/۵۲
۱۹	۹۵۳۹	۲۲/۷۱	۶/۵۲
۲۰	۸۱۵۷	۲۲/۴۵	۶/۶۲

توسط ولیمینک در سال ۱۹۸۷ پیشنهاد شد. معادله آن به صورت زیر بود (۲۱)

## تابع ویلمینک

این تابع حالت تغییر یافته ای از تابع کبی می‌باشد و

در این روش تابع لژاندر به صورت تابع زیر تعریف می شود:

$$y = \emptyset_0(X^*) \cdot b_0 + \emptyset_1(X^*) \cdot b_1 + \emptyset_2(X^*) \cdot b_2 + \dots + \emptyset_j(X^*) \cdot b_j$$

از طرفی  $P_{j+1}(X^*)$  برابر است با:

$$P_{j+1}(X^*) = \frac{1}{j+1} [(2j+1)X^* P_j(X^*) - jP_{j-1}(X^*)]$$

$$\phi_j(X^*) = \left[ \frac{2j+1}{2} \right]^{0.5} \times P_j(X^*)$$

بدین ترتیب سه چند جمله ای اول لژاندر ( $j=0,1,2$ ) عبارتند از:

$$\phi_0(X^*) = \left[ \frac{2 \times 0 + 1}{2} \right]^{0.5} \times P_0(X^*) = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\phi_1(X^*) = \left[ \frac{2 \times 1 + 1}{2} \right]^{0.5} \times P_1(X^*) = \sqrt{\frac{3}{2}} \times X^*$$

$$\phi_2(X^*) = \left[ \frac{2 \times 2 + 1}{2} \right]^{0.5} \times P_2(X^*) = \sqrt{\frac{5}{2}} \times P_2(X^*)$$

باتوجه به مطالب گفته شده در بخشهای قبلی و نحوه تشکیل جملات چند جمله ای، تابع لژاندر را می توان به صورت زیر نیز بیان کرد:

$$y_t = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij} \phi_j(t_m^*)$$

در رابطه فوق  $y_t$  صفت مورد نظر در زمان  $t$  درجه  $k$  برازش تابع،  $b_{ij}$  زامین ضریب تابعیت،  $\phi_j(t_m^*)$  زامین چند جمله ای لژاندر در زمان  $t^*$  و  $t_m^*$  زمان استاندارد شده می باشد.

مرحله شیردهی مختلف تحت رکوردگیری ( $X_i$ ) با استفاده از اولین و آخرین مرحله شیردهی رکوردگیری و با فرمول زیر به زمان استاندارد ( $X_i^*$ ) تبدیل می شوند (۹).

$$X_i^* = \frac{2(a_i - a_{\min})}{(a_{\max} - a_{\min})} - 1$$

$$y_t = b_0 + b_1 e^{-0.05t} + b_2 t$$

پارامترهای این معادله نیز همانند معادله قبلی است.

### تابع علی و شفر

این تابع توسط علی و شفر در سال ۱۹۸۷ ارائه شد و معادله ریاضی آن به صورت زیر است (۸).

$$y_t = b_0 + b_1 c + b_2 c^2 + b_3 w + b_4 w^2$$

در این معادله  $y_t$  تولید شیر در زمان  $t$  شیردهی،  $b_0$ ،

$b_1$ ،  $b_2$ ،  $b_3$  و  $b_4$  پارامترهای این معادله هستند و  $c = \frac{t}{305}$  و

$$w = \ln\left(\frac{1}{c}\right)$$
 می باشد.

### تابع لژاندر

$J$  امین چند جمله ای لژاندر برای  $i$  امین سن استاندارد شده با استفاده از رابطه کلی زیر محاسبه می شود (۹).

$$\phi_j(X_i^*) = \frac{1}{2^j} \sqrt{\frac{2j+1}{2}} \sum_{m=0}^j (-1)^m \begin{bmatrix} j \\ m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2j-2m \\ j \end{bmatrix} X_i^* \quad (j-2m)$$

که زدرجه برازش چند جمله ای مورد استفاده ( $j=0,1,2,3,\dots,k$ ) همان سن استاندارد شده است.

شفر در سال ۲۰۰۰ نحوه محاسبه ضرایب چند جمله ای های لژاندر را به صورت دیگری توضیح داده است (۱۴). البته استفاده از هر دو معادله نتایج یکسانی را نشان می دهند.

این روش با فرضیات زیر آغاز می شود (۱۴).

$$P_0(X^*) = 1$$

$$P_1(X^*) = X^*$$

کردن مقدار ضریب تعیین است که از تابعیت هر یک از متغیرهای پیشگو در مقابل تمام متغیرهای دیگر نتیجه می‌شود. رابطه بین متغیرهای پیشگو را با امتحان کردن آماره VIF می‌توان مورد قضاوت قرار داد (۵).

$$VIF = (1 - R_j^2)^{-1} \quad \text{فرمول (۵)}$$

که  $R_j^2$  ضریب تعیین هنگامی که متغیر  $z$  به  $p-1$  متغیر ( $p$ ): تعداد کل متغیرها) تابعیتی باقیمانده برگشته است، به عبارت دیگر  $R_j^2$  ضریب تعیین مدل زمانی که متغیر  $z$  به عنوان متغیر وابسته و بقیه متغیرها (صرف نظر از متغیر وابسته  $y$ ) به عنوان متغیر مستقل در نظر گرفته شوند. اگر  $x_j$  تقریباً بر متغیرهای تابعیتی مانده عمود باشد،  $R_j^2$  کوچک و VIF به واحد نزدیک می‌شود. چنانچه  $x_j$  وابستگی خطی به بعضی متغیرهای تابعیتی باقیمانده داشته باشد (افزایش هم خطی)  $R_j^2$  به سمت واحد میل کرده و در نتیجه VIF به سمت بی نهایت میل خواهد کرد (۱۱).

تجربیات عملی حاکی از آن است که اگر هر یک از VIFها از ۵ یا ۱۰ تجاوز کنند، به معنی این است که ضرایب تابعیتی ذریبط به علت همخطی چندگانه ضعیف برآورد شده‌اند (۱۱).

### نتایج و بحث

جداول زیر مقادیر معیارهای مختلف جهت مقایسه توابع مختلف تولید شیر و میزان پارامترهای برآورد شده در هر تابع را همراه با اشتباه معیار و همچنین همبستگی بین پارامترهای هر تابع نشان می‌دهد.

در بیشتر تحقیقات انجام شده توسط محققان معیارهای ضریب تعیین، ضریب تعیین تصحیح شده و واریانس خطا جهت رتبه بندی توابع مورد استفاده قرار گرفته است (۱، ۲، ۳، ۶، ۱۳ و ۲۱) و از معیار VIF چشم پوشی شده است.

در این مطالعه برای برازش از تابع لژاندر با توان چهارم ( $k=5$ ) استفاده شد. استفاده از توان چهارم به این دلایل بودند که تعداد ضرایب تابعیت این تابع با تابع علی-شفر جهت مقایسه بهتر برابر شود (یعنی در این حالت هر دو تابع دارای پنج ضریب تابعیت هستند) و از طرف دیگر توانهای بالاتر آن معنی دار نبودند.

معیارهای مورد استفاده جهت ارزیابی مدل‌ها به صورت زیر بود:

- مجموع مربعات خطا (SSE)

- میانگین مجموع مربعات خطا (MSE)

از تقسیم مجموع مربعات خطا بر درجه آزادی آن به دست آمد. با توجه به اینکه در این تحقیق از رکوردهای ۲۰ مرحله شیردهی استفاده شده است، بنابراین درجه آزادی خطا از کسر تعداد کل مشاهدات از تعداد ضرایب هر مدل به دست آمد. به عنوان مثال تابع لژاندر مورد استفاده دارای ۵ ضریب تابعیت بود که در نتیجه درجه آزادی خطا از کسر عدد ۲۰ از ۵ حاصل می‌شود.

- ضریب تعیین ( $R^2$ )

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

که در رابطه فوق SST مجموع مربعات کل می‌باشد.

- ضریب تعیین تصحیح شده ( $R^2_{adj}$ )

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{n-1}{n-p} (1 - R^2)$$

که در رابطه فوق  $n$  تعداد کل مشاهدات،  $p$  تعداد ضرایب تابعیت هر مدل می‌باشد.

- فاکتور تورم واریانس (Variance Inflation Factor)

از جمله مسائلی که در زمینه توابع مختلف وجود دارد، مسئله هم خطی است. هنگامی که ارتباط خطی نزدیکی بین متغیرهای تابعیتی وجود داشته باشد، هم خطی چندگانه وجود دارد (۵ و ۱۱).

یک بررسی کامل همخطی چندگانه متضمن امتحان

جدول ۲. معیارهای مقایسه توابع منحنی شیردهی

تابع	SSE	DF <sub>residual</sub>	MSE	R	R_adj
وود	۲/۳۶۰	۱۷	۰/۱۳۹	۰/۹۷۰	۰/۹۶۷
ویلمینک	۱۲/۱۹۰	۱۷	۰/۷۱۷	۰/۸۴۸	۰/۸۳۰
علی و شفر	۰/۱۱۰	۱۵	۰/۰۰۷	۰/۹۹۹	۰/۹۹۸
لژاندر	۲/۴۸۰	۱۵	۰/۱۶۵	۰/۹۶۹	۰/۹۶۱

نشان دهنده این مطلب است که همبستگی بین متغیرها حداقل است، یعنی مسئله همخطی در آن وجود ندارد. به طور کلی هر گاه هم خطی چند گانه وجود داشته باشد، روش حداقل مربعات برآوردهای ضعیفی از پارامترهای منفرد مدل به دست می دهد (۱۱). به عبارت دیگر ضرایب متغیرهای برآورد شده دارای انحراف اشتباه بالایی (t کوچک) خواهند بود (۵). اما این لزوماً بدین معنی نیست که حاصل مدل برآزش داده شده یک پیش بینی ضعیف می باشد.

بر اساس معیارهای جدول ۲ بهترین تابع، تابع علی-شفر بود، که با نتایج حاصل از بیشتر گزارشات مطابقت دارد (۱)، (۲ و ۳ و ۱۳). همچنین بر اساس معیارهای جدول ۲ تابع لژاندر پس از تابع وود در مقام سوم قرار داشته و تابع ویلمینک ضعیف ترین تابع بود. اما معیار VIF در جدول ۳ نشان دهنده این مطلب است که صحت برآورد ضرایب حاصل در تابع لژاندر نسبت به توابع دیگر مطمئن تر هستند. این مطلب را می توان با توجه به مقادیر معیار اشتباه آن نیز توجیه کرد. از سوی دیگر VIF نزدیک به یک در این تابع (تابع لژاندر)

جدول ۳. مقادیر پارامتر هر تابع و همچنین آماره VIF

تابع	پارامتر	مقادیر پارامتر	انحراف اشتباه هر پارامتر	مقادیر t	آماره VIF
وود	b0	۲۵/۸۰۹**	۰/۲۸۴	۹۰/۸۴۶	۰/۰۰۰
	b1	۰/۱۴۸**	۰/۰۱۱	۱۳/۲۳۰	۷/۵۳۸
	b2	۰/۰۳۰**	۰/۰۰۲	-۱۹/۵۵۰	۷/۵۳۸
ویلمینک	b0	۶۳/۹۹۹**	۷/۹۲۰	۸/۰۸۰	۰/۰۰۰
	b1	-۳۷/۷۱۹**	۸/۴۶۱	-۴/۴۶۰	۶۲/۰۵۵
	b2	-۱/۴۲۸**	۰/۲۵۹	-۵/۵۲۰	۶۲/۰۵۵
علی و شفر	b0	۲۲/۵۲۲**	۳/۱۸۰	۷/۰۸۰	۰/۰۰۰
	b1	۰/۱۴۹ <sup>ns</sup>	۴/۷۷۰	۰/۰۳۰	۵۱۳۶/۶۴۷
	b2	-۰/۳۶۵ <sup>ns</sup>	۱/۶۴۹	-۰/۲۲۰	۷۱۷/۰۲۳
	b3	۷/۳۴۹**	۱/۹۵۳	۳/۷۶۰	۶۵۰/۱۹۵
لژاندر	b4	-۲/۲۶۶**	۰/۳۲۸	-۶/۹۱۰	۱۴۲۸/۷۷۹
	b0	۳۶/۶۰۹**	۰/۱۳۰	۲۸۱/۳۹۰	۰/۰۰۰
	b1	-۲/۳۹۲**	۰/۱۲۵	-۱۹/۱۳۲	۱/۱۰۱
	b2	-۰/۸۶۸**	۰/۱۲۲	-۷/۱۲۱	۱/۱۴۷
	b3	۰/۸۰۷**	۰/۱۱۲	۷/۱۹۵	۱/۱۰۱
	b4	-۰/۴۵۷**	۰/۱۰۹	-۴/۲۰۳	۱/۱۴۷

\*\* : معنی دار در سطح ۰/۰۱

ns : غیر معنی دار در سطح ۰/۰۵

جدول ۴. مقادیر همبستگی بین پارامترهای برآورد شده در توابع مورد استفاده

تابع	b0	b1	b2	b3	b4
وود	b0	۱	-۰/۸۰۴	-۰/۵۵۸	
	b1	-۰/۸۰۴	۱	-۰/۹۳۰	
	b2	-۰/۵۵۸	-۰/۹۳۰	۱	
ویلمینک	b0	۱	-۰/۹۹۹	-۰/۹۹۶	
	b1	-۰/۹۹۹	۱	۰/۹۹۲	
	b2	-۰/۹۹۶	۰/۹۹۲	۱	
علی و شفر	b0	۱	-۰/۹۹۸	۰/۹۷۴	-۰/۹۹۱
	b1	-۰/۹۹۸	۱	-۰/۹۸۸	۰/۹۹۲
	b2	۰/۹۷۴	-۰/۹۸۸	۱	-۰/۹۶۱
	b3	-۰/۹۹۸	۰/۹۹۲	-۰/۹۶۱	۱
	b4	۰/۹۹۱	-۰/۹۸۱	۰/۹۴۱	-۰/۹۹۷
لژاندر	b0	۱	۰	-۰/۰۶۸	-۰/۱۱۶
	b1	۰	۱	۰	-۰/۲۰۹
	b2	-۰/۰۶۸	۰	۱	۰
	b3	۰	-۰/۲۰۹	۰	۱
	b4	-۰/۱۱۶	۰	-۰/۲۸۷	۰

براساس نتایج حاصل توصیه می‌شود اگر هدف برآورد دقیق ضرایب توابع می‌باشد بهتر است از تابع لژاندر برای توصیف منحنی شیردهی استفاده شود. همچنین استفاده از تابع لژاندر به دلیل دقت بالا در برآورد ضرایب تابعیت در ارزیابی ژنتیکی دامها و در نتیجه پیش بینی دقیق تر ارزش اصلاحی دامها در مدل‌های تابعیت تصادفی توصیه می‌شود.

### تشکر و قدردانی

اطلاعات مورد استفاده در این تحقیق توسط جهاد کشاورزی استان خراسان رضوی ارائه گردیده است که بدین وسیله از مسئولین محترم این مرکز تشکر و قدردانی می‌شود.

اگر پیش بینی‌ها محدود به ناحیه فضای متغیرها بوده و هم خطی چندگانه تقریباً برقرار باشد، نتایج پیش بینی مدل برازش داده شده اغلب قابل قبول خواهد بود. زیرا ترکیب خطی مدل مورد نظر به خوبی برآورد شده هر چند که پارامترهای مدل ضعیف برآورد شده باشند. به عبارت دیگر اگر داده‌های اصلی در امتداد ابر صفحه تابعیتی تعریف شده قرار گیرند، مشاهدات آینده هم که نزدیک این ابر صفحه قرار می‌گیرند، علیرغم برآوردهای نامناسب تک پارامترها می‌توانند به صورت دقیق پیش بینی شوند (۱۱).

نتایج حاصل نشان داد اگر چه توابع وود و علی-شفر دارای هم خطی شدید و همبستگی بالا بین متغیرها و ضرایبشان هستند (جدول ۴)، اما دارای قدرت پیش بینی کننده قویتری از تابع لژاندر می‌باشند.

### منابع

- ۱- آتشی، ه. ۱۳۸۲. تعیین بهترین تابع توصیف کننده منحنی شیردهی در گاوهای هلشتاین ایران. پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشکده کشاورزی دانشگاه تهران.

- ۲- آتشی، ه. ۱۳۸۳. تعیین تابع توصیف کننده منحنی شیردهی در گاوهای هلشتاین ایران. اولین کنگره علوم دامی و آبزیان کشور. ص ۶۱۸.
- ۳- فرهنگ فر، ه. ۱۳۷۶. مقایسه روشهای محاسبه ضرایب تصحیح صفات شیر و چربی گاوهای نژاد هلشتاین. مجله پژوهش و سازندگی. شماره ۳۵، ص ۱۱۲.
- ۴- مرادی شهر بابک، م. ۱۳۸۰. تداوم شیردهی در گاوهای شیری. مجله علوم کشاورزی ایران. جلد ۳۲، شماره ۱، ۲۰۲-۱۹۳.
- ۵- نیرومند، ح. ع. ۱۳۸۴. تحلیل تابعیت با مثال (ترجمه). چاپ اول. انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد. ۳۸۳.
6. Fernández, C., A. Sánchez, and C. Garcés. 2002. Modeling the lactation curve for test-day milk yield in Murciano-Granadina goats. *Small Rumin. Res.* 46:29-41.
  7. Grossman, M., A. L. Kuck, and H. W. Norton. 1986. Lactation curves of Purebred and Crossbred Dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 69:195-203.
  8. Jamrozik, J., G. J. Kistemaker, J. C. M. Dekkers, and L. R. Schaeffer. 1997. Comparison of possible covariates for use in a random regression model for analyses of test day yields. *J. Dairy Sci.* 80: 2550-2556.
  9. Kirkpatrick, M., D. Lofsvold, and M. Bulmer. 1990. Analysis of the inheritance, selection and evolution of growth trajectories. *Genetics.* 124: 979-993.
  10. Lailson, M. P., A. A. T. Gonza'lez, P. P. Villago'mez, J. M. Berruecos-Villalobos, and C. G. Vasquez. 2005. Factors affecting milk yield and lactation curve fitting in the creole sheep of Chiapas-Mexico. *Small Rumin. Res.* 58:265-273.
  11. Montgomery, D., and E. Peck. 2001. Introduction to linear regression analysis, 3rd. 678.
  12. Mustafa, A. Lactation curve. (<http://animsci.agenv.mcgill.ca/courses/450/topics/11.pdf>).
  13. Olori, V. E., S. Brotherstone, W. G. Hill, and B. J. McGuirk. 1999. Fit of standard models of the lactation curve to weekly records of milk production of cows in a single herd. *Livestock Production Science.* 58:55-63.
  14. Schaeffer, L. R. 2000. Random regression models. Available: <http://www.agbu.une.edu.au/~Kmeyer/CourseNotes.html/>.
  15. Schneeberger, M. 1981. Inheritance of lactation curve in Swiss Brown cattle. *J. Dairy Sci.* 64:475-483.
  16. Shanks, R. D., A. E. Freeman, and F. N. Dickinson. 1981. Postpartum distribution of costs and disorders of health. *J. Dairy Sci.* 64:683-688.
  17. Shanks, R. D., P. J. Berger, A. E. Freeman, and F. N. Dickinson. 1981. Genetic Aspects of lactation curves. *J. Dairy Sci.* 64:1852-1860.
  18. Sherchand, L. R., W. McNew, D. W. Kellogg, and Z. B. Johnson. 1995. Selection of a mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *J. Dairy Sci.* 78:2507-2513.
  19. Silvester, A. M., F. Petim-Batista, and J. Colaco. 2006. The Accuracy of seven mathematical functions in modeling dairy cattle lactation curves based on test-day records from varying sample schemes. *J. Dairy Sci.* 89:1813-1821.
  20. Tozer, P. R., and R. G. Huffaker. 1999. Mathematical equations to describe lactation curves for Holstein-Friesian cows in New South Wales. *Aust J. Agric. Res.* 50:431-440.
  21. Vargas, B., W. J. Kooops., M. Herrero, and J. A. M. Van Arendonk. 2000. Modeling extended lactation of dairy cows. *J. Dairy Sci.* 83:1371-1380.



## Comparison of some functions describing the shape of the lactation curve for Holstein cows

H. Mehraban\*, H. Farhangfar, J. Rahmaninia and H. A. Soltani<sup>1</sup>

### Abstract

A total of 260709 monthly test day milk records of 30903 first lactation Holstein cows was used to determine the best function to describe the lactation curve. The records were obtained from first lactation Holstein of 216 herds from 1988 to 2006 in Khorasan province. The functions used in current study were Wood's incomplete gamma function, Ali and Schaeffer function, and Legendre function of fifth order. Six criteria including error sum of squares, mean error sum of squares, coefficient of determination, adjusted coefficient of determination, correlation coefficient and variance inflation factor were used to compare the performance of the functions. The results indicated that Ali and Schaeffer function was more preferable than other functions when the variance inflation factor was ignored. However the Legendre function was found to be more appropriate than other functions when the variance inflation factor was considered.

**Key words:** Holstein cow, Shape of lactation curve, Mathematical functions, Inflation variance factor

---

1 - A Contribution from Tehran & Birjand & Zabol University and Khorasan Razavi Jahad – e – Keshavarzi

\* - Corresponding author Email: hm-3564@yahoo.com